

## Integral 2D

### Zadatak:

Odredite volumen tijela omeđenog eliptičkim paraboloidom  $z = 2x^2 + y^2 + 1$ , ravninom  $x + y = 1$  i koordinatnim ravninama.

### Rješenje:

Gornja je granica zadani paraboloid, a donja trokut koji u xy ravnini isijecaju koordinatne ravnine i ravnina  $x+y=1$  (okomita na xy ravninu prolazi jedinicama na osima x i y). Dakle vrhovi trokuta se nalaze u točkama (0,0,0), (1,0,0) i (0,1,0). Prema tome traženi volumen iznosi:

$$V = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{2x^2+y^2+1} dz$$
$$V = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} (2x^2 + y^2 + 1) dy$$

Dobiveni dvostruki integral riješen je numerički u programu **Start\_Integral\_2D.c**, a relativne pogreške određene su obzirom na sljedeće analitičko rješenje:

$$V = \int_0^1 \left( 2x^2 y + \frac{y^3}{3} + y \right) \Big|_{y=0}^{y=1-x} dx$$
$$V = \int_0^1 \left( 2x^2(1-x) + \frac{(1-x)^3}{3} + (1-x) \right) dx$$
$$V = \int_0^1 \left( 3x^2 - \frac{7}{3}x^3 - 2x + \frac{4}{3} \right) dx$$
$$V = \left( 3x^2 - \frac{7}{3}x^3 - 2x + \frac{4}{3} \right) \Big|_0^1$$
$$V = \frac{3}{4}$$